PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: MODEL EXAMEN PAU 2017	CONVOCATORIA: MODEL EXAMEN PAU 2017
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:
Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} ax & & - & z & = & a \\ 2x & + & ay & + & z & = & 1 \\ 2x & & & + & z & = & 2 \end{cases}$, on a és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és incompatible. (4 *punts*)
b) Totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat. (3 *punts*)
c) La solució del sistema quan $a = -1$. (3 *punts*)

Problema A.2. Es donen les rectes $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ i $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La recta paral·lela a r que passa pel punt $(0,1,0)$. (3 *punts*)
b) El pla π que conté la recta r i és paral·lel a s. (3 *punts*)
c) La distància entre les rectes r i s. (4 *punts*)

Problema A.3. Es dóna la funció *f* definida per $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Domini i asímptotes de la funció *f*. (2 *punts*)
b) Intervals de creixement i de decreixement de la funció *f*. (3 *punts*)
c) La integral $\int f(x)\,dx$. (3 *punts*)
d) El valor $a > 4$ per al qual l'àrea de la superfície limitada per la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0$, $x = 4$ *i* $x = a$ és $\ln(3/2)$. (2 *punts*)

OPCIÓ B

Problema B.1. Es dóna la matriu $A=\begin{pmatrix}\sqrt{5} & 0 & 0\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La comprovació que $A^{-1}=5^{-1}A^{t}$, sent A^{t} la matriu transposada de A. (4 *punts*)

b) Els valors del paràmetre real λ per als quals $A-\lambda I$ no és invertible, sent I la matriu identitat d'ordre 3. (3 *punts*)

c) El determinant d'una matriu quadrada B el determinant de la qual és major que 0 i verifica l'equació $B^{-1}=B^{t}$. (3 *punts*)

Problema B.2 Es dóna el pla $\pi: 6x+3y+2z-12=0$ i els punts $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ i $C(0,0,3)$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'equació implícita del pla σ que passa pels punts A, B i C, (2 *punts*)
i la posició relativa dels plans σ i π. (2 *punts*)

b) L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C. (3 *punts*)

c) Un punt P del pla π i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són P, A, B i C. (3 *punts*)

Problema B.3. Cada dia, una planta productora d'acer ven x tones d'acer de qualitat baixa i y tones d'acer de qualitat alta. Per restriccions del sistema de producció, ha de succeir que $y=\dfrac{23-5x}{10-x}$, en què $0<x<\dfrac{23}{5}$.

El preu d'una tona d'acer de qualitat alta és de 900 euros, i el preu d'una tona d'acer de qualitat baixa és de 300 euros.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els ingressos obtinguts en un dia en funció de x. (3 *punts*)

b) Quantes tones de cada tipus d'acer s'han de vendre en un dia perquè els ingressos obtinguts aquest dia siguen màxims. (5 *punts*)

c) L'ingrés màxim que es pot obtenir per les vendes d'acer en un dia. (2 *punts*)

OPCIÓN A

Problema A.1. Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax & & & - & z & = & a \\ 2x & + & ay & + & z & = & 1 \\ 2x & & & + & z & = & 2 \end{cases}$, donde a es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro a para los cuales el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (3 *puntos*)

c) La solución del sistema cuando $a = -1$. (3 *puntos*)

Problema A.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta paralela a r que pasa por el punto $(0,1,0)$. (3 *puntos*)

b) El plano π que contiene a la recta r y es paralelo a s. (3 *puntos*)

c) La distancia entre las rectas r y s. (4 *puntos*)

Problema A.3. Se da la función *f* definida por $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Dominio y asíntotas de la función *f*. (2 *puntos*)

b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f*. (3 *puntos*)

c) La integral $\int f(x)\,dx$. (3 *puntos*)

d) El valor de $a > 4$ para el que el área de la superficie limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$, $x = 4$ *y* $x = a$ es $\ln(3/2)$. (2 *puntos*)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se da la matriz $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La comprobación de que $A^{-1} = 5^{-1} A^t$, siendo A^t la matriz traspuesta de A. (4 *puntos*)

b) Los valores del parámetro real λ para los cuales $A - \lambda I$ no es invertible, siendo I la matriz identidad de orden 3. (3 *puntos*)

c) El determinante de una matriz cuadrada B cuyo determinante es mayor que 0 y verifica la ecuación $B^{-1} = B^t$. (3 *puntos*)

Problema B.2. Se da el plano $\pi : 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ y los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ y $C(0,0,3)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación implícita del plano σ que pasa por los puntos A, B y C, (2 *puntos*)
y la posición relativa de los planos σ y π. (2 *puntos*)

b) El área del triángulo de vértices A, B y C. (3 *puntos*)

c) Un punto P del plano π y el volumen del tetraedro cuyos vértices son P, A, B y C. (3 *puntos*)

Problema B.3. Cada día, una planta productora de acero vende x toneladas de acero de baja calidad e y toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que $y = \frac{23-5x}{10-x}$, siendo $0 < x < \frac{23}{5}$.

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los ingresos obtenidos en un día en función de x. (3 *puntos*)

b) Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. (5 *puntos*)

d) El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. (2 *puntos*)