

EXERCICI 5: MATEMÀTIQUES I i II
(Durada: 1h 30 min)

- Donats els vectors $u = (\cos t, \sin t, 1)$, $v = (\sin t, \cos t, 0)$ i $w = (1, 1, 1)$
 - Demostreu que el vector v és unitari. (3 punts)
 - Considereu els vectors u i v . Digueu per a quins angles t són ortogonals entre 0° i 360° . Justifiqueu-ne convenientment la resposta. (3 punts)
 - Utilitzeu el càlcul de determinants per demostrar si els vectors u , v i w formen un sistema linealment dependent per algun valor de t entre 0° i 360° . (4 punts)
- Donada la funció $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ es demana:
 - El seu domini. (1 punt)
 - Intervals de creixement i decreixement. (2 punts)
 - Estudi de màxims i mínims locals. (2 punts)
 - Intervals de concavitat i convexitat. (2 punts)
 - Estudi de punts d'inflexió. (2 punts)
 - Asímtotes horitzontals i verticals. (1 punt)
- Calculeu el valor de l'àrea compresa entre $x = 0$, $x = 1/2$, l'eix x i la funció $g(x) = x \cdot e^{2x}$. (10 punts)
- En una comunitat, la distribució de sous anual ve donada per la taula següent:

SOU ANUAL (€)	QUANTITAT HOMES	QUANTITAT DONES
10000	70000	330000
20000	300000	200000
30000	130000	80000
40000	100000	50000
50000	40000	20000
60000	20000	5000
70000	10000	1000
80000	7000	500
90000	4000	200
100000	3000	50
TOTAL	684000	686750

- Dissenyeu un gràfic (sou/freqüència) de barres agrupades (homes i dones en el mateix gràfic). (2 punts)
- Trobeu la mitjana aritmètica de sous per a cada col·lectiu. (2 punts)
- Trobeu la moda de cada col·lectiu. (1 punt)
- Quin percentatge de cada col·lectiu percep 20000€ anuals o menys. (1,5 punts)
- Quin percentatge de cada col·lectiu percep 60000€ anuals o més. (1,5 punts)
- A la vista dels resultats, quin paràmetre estadístic creieu que valora millor la situació real quant a distribució del sou? Justifiqueu-ho raonadament. (2 punts)

- Donat el pla $p: 3x - y + z = 1$ i el punt $Q = (1, 2, -1)$:
 - Trobeu l'equació general de la recta que passa per Q i és perpendicular al pla p , detallant-hi cada pas que feu. (5 punts)
 - És la distància de Q al pla p un valor inferior a 1? Justifiqueu-ne raonadament la resposta. (5 punts)

Críteris de qualificació

- Cada pregunta es valora sobre 10 punts i la qualificació de l'exercici és la mitjana aritmètica de les mateixes.
- L'exercici es qualificarà amb una puntuació numèrica entre 0 i 10 punts, sense decimals, i es consideraran negatives les qualificacions inferiors a 5.

EJERCICIO 5: MATEMÁTICAS I y II
(Duración: 1h 30 min)

1. Dados los vectores $u = (\cos t, \sin t, 1)$, $v = (\sin t, \cos t, 0)$ y $w = (1, 1, 1)$
 - a) Demuestra que el vector v es unitario. (3 puntos)
 - b) Considera los vectores u y v . Di para qué ángulos t son ortogonales entre 0° i 360° . Justifica convenientemente la respuesta. (3 puntos)
 - c) Utiliza el cálculo de determinantes para demostrar si los vectores u , v y w forman un sistema linealmente dependiente para algún valor de t entre 0° y 360° . (4 puntos)
2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ se pide:
 - a) Su dominio. (1 punto)
 - b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (2 puntos)
 - c) Estudia máximos y mínimos locales. (2 puntos)
 - d) Intervalos de concavidad y convexidad. (2 puntos)
 - e) Estudia puntos de inflexión. (2 puntos)
 - f) Asíntotas horizontales y verticales. (1 puntos)
3. Calcula el valor del área comprendida entre $x = 0$, $x = 1/2$, el eje x y la función $g(x) = x \cdot e^{2x}$. (10 puntos)
4. En una comunidad, la distribución de sueldos anuales viene dada por la siguiente tabla:

SUELDO ANUAL (€)	CANTIDAD HOMBRES	CANTIDAD MUJERES
10000	70000	330000
20000	300000	200000
30000	130000	80000
40000	100000	50000
50000	40000	20000
60000	20000	5000
70000	10000	1000
80000	7000	500
90000	4000	200
100000	3000	50
TOTAL	684000	686750

- a) Diseña un gráfico (sueldo/frecuencia) de barras agrupadas (hombres y mujeres en el mismo gráfico). (2 puntos)
 - b) Calcula la media aritmética de sueldos para cada colectivo. (2 puntos)
 - c) Calcula la moda de cada colectivo. (1 punto)
 - d) Qué porcentaje de cada colectivo percibe 20000€ anuales o menos. (1,5 puntos)
 - e) Qué porcentaje de cada colectivo percibe 60000€ anuales o más. (1,5 puntos)
 - f) A la vista de los resultados, qué parámetro estadístico crees que valora mejor la situación real en cuanto a distribución de sueldos? Justifícalo razonadamente. (2 puntos)
5. Dado el plano $p: 3x - y + z = 1$ y el punto $Q = (1, 2, -1)$:
 - a) Encuentra la ecuación general de la recta que pasa por Q y es perpendicular al plano p , detallando cada paso que haces. (5 puntos)
 - b) ¿Es la distancia de Q al plano p un valor inferior a 1? Justifica razonadamente la respuesta. (5 puntos)

Criterios de calificación

- Cada pregunta se valora sobre 10 puntos y la calificación del ejercicio es la media aritmética de las mismas.
- El ejercicio se calificará con una puntuación numérica entre 0 y 10 puntos, sin decimales, y se considerarán negativas las calificaciones inferiores a 5.